



ANÁLISE COMPUTACIONAL DE CASCAS AXISIMÉTRICAS CONTENDO FLUIDO INCOMPRESSÍVEL E VISCOSO EM ESCOAMENTO TRANSIENTE

Agrassar, Almério D.

Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Centro Técnico de Aeronáutica
São José dos Campos, SP, Brasil. CEP: 12228-900
E-mail: almerio@amazon.com.br

Menezes, João C.

Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Centro Técnico de Aeronáutica
São José dos Campos, SP, Brasil. CEP: 12228-900
E-mail: menezes@mec.ita.cta.br

Resumo. Neste trabalho é desenvolvido o estudo de um problema de interação fluido-estrutura através de uma simulação numérica. O fluido é incompressível e viscoso, enquanto a estrutura é tratada como sendo uma casca cilíndrica que confina o fluido.

Uma excitação externa é aplicada provocando a vibração do sistema, no qual a condição de compatibilidade de deslocamento da casca e do fluido é satisfeita.

A solução é encontrada numericamente através da aplicação do método de elementos finitos nas equações básicas da casca e do fluido. Os resultados obtidos mostram uma boa concordância qualitativa ao se refinar a discretização do domínio das equações que regem o sistema casca-fluido.

Estabeleceu-se como condições de contorno do sistema somente as pressões nas extremidades superior e inferior do líquido, consideradas nulas. Não foram aplicadas condições de contorno ao longo do eixo de simetria para o líquido, sendo observado através do refinamento que as velocidades e pressões do líquido são nulas nesse eixo.

Palavras-chave: Sistemas acoplados, Interação fluido-estrutura, Vibrações.

1 - INTRODUÇÃO

Um procedimento para o estudo numérico de um problema de interação fluido-estrutura é desenvolvido. No estudo em questão considerou-se a abordagem no domínio do tempo. As equações do meio fluido são as da continuidade e as de Navier-Stokes. As equações da estrutura são as de casca delgada propostas por Ross & Johns (1983).

O sistema de equações é montado de maneira a permitir o acoplamento entre a casca e o fluido. Posteriormente o domínio é discretizado e o método dos elementos finitos é utilizado na solução do sistema.

Considerou-se nesta análise uma casca cilíndrica engastada na parte inferior e livre na extremidade superior.

Para observação quanto ao amortecimento causado pelo fluido, variou-se o conteúdo do mesmo no interior da casca. Verificou-se os efeitos desta variação em relação ao comportamento da resposta da frequência e comparou-se com os resultados encontrados por Gonçalves & Batista (1987).

A formulação teórica do escoamento transiente teve como base um estudo desenvolvido para escoamento permanente (Taylor & Hughes, 1981; Menezes & Agrassar, 1995), onde foram acrescentados os termos de aceleração.

A medida em que malhas mais refinadas foram aplicadas, o comportamento das variáveis na linha neutra aproximou-se dos valores obtidos por outros trabalhos na área (Menezes, 1990; Menezes & Mistry, 1995).

Outra observação adicional é com relação à pressão dinâmica. Ao longo do tempo é observada um comportamento harmônico e amortecido. Além disso, a variação da pressão ao longo do eixo radial descreve uma curvatura.

2 - EQUAÇÕES DE CASCA

As equações da estrutura que suporta em seu interior as solicitações provocadas pelo fluido são equações que relacionam deformações e deslocamentos na parede da casca. Tais equações são:

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{R_{\phi}} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + u \cos \phi + w \sin \phi \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{\phi\theta} = \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial v}{\partial s} - v \cos \phi + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$

$$\kappa_{\phi} = -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + u \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} + \frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial u}{\partial s} \quad (4)$$

$$\kappa_{\theta} = -\frac{1}{r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{u}{R_{\phi}} \right) \cos \phi \right] \quad (5)$$

$$\kappa_{\phi\theta} = \frac{2}{r} \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta} + \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \sin \phi \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\sin \phi \cos \phi}{r} v + \frac{1}{R_{\phi}} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (6)$$

Nestas equações s é o arco meridional do elemento de casca, R_{ϕ} é raio meridional, r é a projeção do raio circunferencial, ou seja, $r = R_{\theta} \sin \phi$, θ é a coordenada circunferencial, ϕ é a coordenada meridional.

O método dos elementos finitos é aplicado às equações (1) a (6).

O vetor deslocamento será interpolado da seguinte forma:

$$\{U\} = [N]\{U_e\} \quad (7)$$

Onde:

$$\{U\}^T = \{u \ v \ w\} \quad (8)$$

$$\{U_e\}^T = \{u_i \ v_i \ w_i \ \beta_i \ u_j \ v_j \ w_j \ \beta_j\} \quad (9)$$

O vetor de deformações terá a seguinte representação:

$$\{\epsilon\} = [B]\{U_e\} \quad (10)$$

Onde:

$$\{\epsilon\}^T = \{\epsilon_\phi \ \epsilon_\theta \ \epsilon_{\phi\theta} \ \kappa_\phi \ \kappa_\theta \ \kappa_{\phi\theta}\} \quad (11)$$

Onde u , v e w são as componentes dos deslocamentos na parede da casca e o subscritos i ou j identificam os deslocamentos nodais. As componentes ϵ são as deformações extensionais e de corte e κ as curvaturas. $[N]$ é a matriz dos polinômios interpoladores e $[B]$ é a matriz de conexão entre deformações e deslocamentos nodais.

Para as solicitações que ocorrem na parede da casca, é possível também obter uma representação mais compacta:

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (12)$$

com:

$$\{\sigma\}^T = \{N_\phi \ N_\theta \ N_{\phi\theta} \ M_\phi \ M_\theta \ M_{\phi\theta}\} \quad (13)$$

Sendo $\{\sigma\}$ o vetor que contém as componentes de tensão e $[D]$ é a matriz de constantes elásticas.

3 - EQUAÇÕES DE FLUIDO

Para o fluido consideram-se as equações de Navier-Stokes e a equação da continuidade, assim descritas:

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] - \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r \quad (14)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta \quad (15)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \quad (16)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

As Equações (14), (15), e (16) são as equações de Navier-Stokes nas direções radial, circunferencial e longitudinal, respectivamente. A Equação (17) é a equação da continuidade.

Os termos v_r , v_z e v_θ são as componentes de velocidade. Os eixos radial, longitudinal e circunferencial são representados por r , z e θ , respectivamente. A pressão é dada por p , a viscosidade é representada por μ e a massa específica por ρ . Os coeficientes g_r , g_z e g_θ são as componentes da aceleração gravitacional.

O método dos elementos finitos é aplicado ao conjunto de equações (14) até (17), obtendo-se (veja Agrassar, 1997):

$$\sum_{i=1}^8 \int_A \left\{ N_i \left[\rho \sum_{j=1}^8 N_j \frac{\partial \bar{v}_{r_j}}{\partial t} + \sum_{\ell=1}^4 \frac{\partial M_\ell}{\partial r} \bar{p}_\ell + \mu \left(\frac{1}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{r_j} + \frac{n^2}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{\theta_j} + 2 \frac{n}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{z_j} \right) \right] \right. \\ \left. + \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial r} \bar{v}_{r_j} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial z} \bar{v}_{z_j} \right) \right\} r dr dz - \oint_S \mu N_i \frac{\partial \bar{v}_{r_j}}{\partial \hat{n}} dS = 0 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^8 \int_A \left\{ N_i \left[\rho \sum_{j=1}^8 N_j \frac{\partial \bar{v}_{\theta_j}}{\partial t} - \frac{n}{r} \sum_{\ell=1}^4 \frac{\partial M_\ell}{\partial \theta} \bar{p}_\ell + \mu \left(\frac{1}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{\theta_j} + \frac{n^2}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{r_j} + 2 \frac{n}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{z_j} \right) \right] \right. \\ \left. + \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial r} \bar{v}_{\theta_j} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial z} \bar{v}_{z_j} \right) \right\} r dr dz - \oint_S \mu N_i \frac{\partial \bar{v}_{\theta_j}}{\partial \hat{n}} dS = 0 \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^8 \int_A \left\{ N_i \left[\rho \sum_{j=1}^8 N_j \frac{\partial \bar{v}_{z_j}}{\partial t} + \sum_{\ell=1}^4 \frac{\partial M_\ell}{\partial z} \bar{p}_\ell + \mu \frac{n^2}{r^2} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{z_j} \right] \right. \\ \left. + \mu \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial r} \bar{v}_{z_j} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial z} \bar{v}_{z_j} \right) \right\} r dr dz - \oint_S \mu N_i \frac{\partial \bar{v}_{z_j}}{\partial \hat{n}} dS = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{\ell=1}^4 \int_A M_\ell \left(\sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial r} \bar{v}_{r_j} + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{r_j} + \frac{n}{r} \sum_{j=1}^8 N_j \bar{v}_{\theta_j} + \sum_{j=1}^8 \frac{\partial N_j}{\partial z} \bar{v}_{z_j} \right) r dr dz = 0 \quad (21)$$

As equações acima mantêm a mesma seqüência mostrada anteriormente com relação as direções e definições. O símbolo n corresponde ao número de onda circunferencial.

4 - ACOPLAMENTO CASCA-FLUIDO

As equações obtidas para a análise da estrutura e do fluido nesta contido são tratadas de modo particularizado. Uma vez que, por hipótese, ocorre uma interação entre os componentes do sistema, torna-se necessário proceder-se o acoplamento entre os mesmos. A seguir são apresentadas as equações de movimento da casca e do fluido na forma matricial.

A equação que rege o movimento da casca pode ser representada pela equação matricial de movimento, cuja solução numérica é encontrada pelo método de Newmark, ou seja:

$$[M]\{\ddot{c}\} + [K]\{c\} = \{R\} \quad (22)$$

onde: $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez e $\{R\}$ é o vetor de esforços externos. $\{\ddot{c}\}$ é o vetor aceleração e $\{c\}$ é o vetor deslocamento. O vetor $\{R\}$ deve aos esforços externos de pressão produzidos na parede da casca pelo fluido.

A equação que descreve o movimento do fluido é obtida das considerações sobre escoamento transiente, cuja solução numérica é obtida pelo processo de diferenças retrógradadas de Euler, ou seja:

$$[A]\{\ddot{c}\} + [V]\{\dot{c}\} + [P]\{p\} = \{S\} \quad (23)$$

onde $[A]$ é a matriz relacionada com o termo de aceleração, $[V]$ é a matriz relacionada com o termo convectivo e $[P]$ é a matriz relacionada com termo de pressão. $\{S\}$ é um vetor independente, $\{\dot{c}\}$ o vetor velocidade e $\{p\}$ o vetor de pressões.

O acoplamento requerido ocorrerá através de um processo iterativo, onde as equações (22) e (23) são resolvidas de forma independente, e a solução de uma fornece as condições de contorno para a outra.

Uma excitação inicial na casca resulta no vetor $\{R\}$ e conduz à obtenção dos vetores $\{\ddot{c}\}$ e $\{c\}$ da casca. As velocidades encontradas nesta etapa serão as condições de contorno para o fluido na interface casca-fluido, de onde resultará as soluções para aceleração, velocidade e pressão no volume do fluido. As pressões do fluido na interface passarão a ser as componentes do vetor $\{R\}$ e a equação da casca poderá ser resolvida no próximo passo de tempo. O processo se repete no tempo por período determinado pelo usuário.

O passo de tempo adotado para estas simulações foi de 3,50 E-5 segundos.

5 - APLICAÇÃO

A solução das equações apresentadas é obtida numericamente, onde o domínio das equações governantes do sistema é discretizado em malhas de elementos finitos. Assim, um conjunto de três modelos foram utilizados para estudar o movimento do fluido no sistema. A primeira destas malhas é composta de 39 elementos, a segunda de 72 e a terceira de 110.

Na discretização da estrutura, para que haja concordância dos pontos nodais da casca com os pontos nodais do fluido, adotou-se malhas de 13, 18 e 22 elementos respectivamente. A Tabela 1 mostra as dimensões e o número de nós correspondentes a cada malha.

O fluido contido no interior da estrutura ocupa todo o volume disponível. O fluido é incompressível e viscoso e a uma temperatura de 20⁰ C suas propriedades são: viscosidade de 1,005 x 10⁻³ N s/m² e massa específica igual a 9, 982 x 10² Kg/m³.

A estrutura que contém o fluido é uma casca axisimétrica, cujo material é o aço. Suas constantes são: módulo de elasticidade longitudinal de 190 GN/m²; coeficiente de Poisson igual a 0,30 e massa específica igual a 7920 Kg/m³. As características geométricas são: altura

de 0,30 m; raio de 0,06 m e espessura de $2,5 \times 10^{-3}$ m. A Figura 1 mostra as características geométricas do modelo estudado assim como o sistema de referência.

As condições de contorno constantes no tempo para o fluido foram aplicadas nas superfícies inferior (base da casca) e superior (superfície livre) onde as pressões foram consideradas nulas.

As verificações para deslocamentos, velocidades e pressões realizaram-se na superfície livre e a um nível de 0,18 m da base da casca. Para a análise da frequência foram consideradas várias alturas de líquido no recipiente de modo a se observar a influência do volume do líquido na frequência natural do sistema. Para tornar o estudo mais amplo variou-se também o número de onda circunferencial.

Uma situação estudada, de acordo com a Figura 2, é o comportamento ao longo do tempo, sob diferentes malhas, da componente de deslocamento normal da casca em um ponto nas coordenadas 0,06 m e 0,30 m, ou seja, na extremidade superior da casca cilíndrica. Observou-se a componente radial de velocidade ao longo do raio em um instante de tempo estabelecido, onde levou-se em conta as três discretizações (Figura 3). Nessas observações o número de onda circunferencial adotado foi de valor igual a 1. Outras verificações foram realizadas para o número de onda igual a 2. Mostra-se a distribuição temporal para três malhas da pressão dinâmica em um ponto de coordenadas 0,06 m e 0,18 m (Figura 4) e seu comportamento ao longo do raio em diferentes instantes de tempo (Figura 5).

Representou-se também o comportamento da frequência, onde o número de onda circunferencial e a altura de preenchimento do líquido foram gradualmente variados (Figura 6).

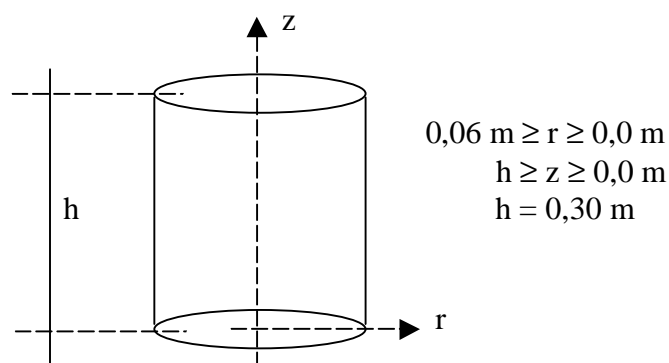


Figura 1 - Características geométricas da casca e sistema de referência.

Tabela 1 – Características das malhas do fluido e da casca.

Malha utilizada	Número de Elementos		Dimensão (mxm)
	Fluido	Casca	
Malha 1	39	13	0,020x0,020
Malha 2	72	18	0,015x0,015
Malha 3	110	22	0,012x0,012

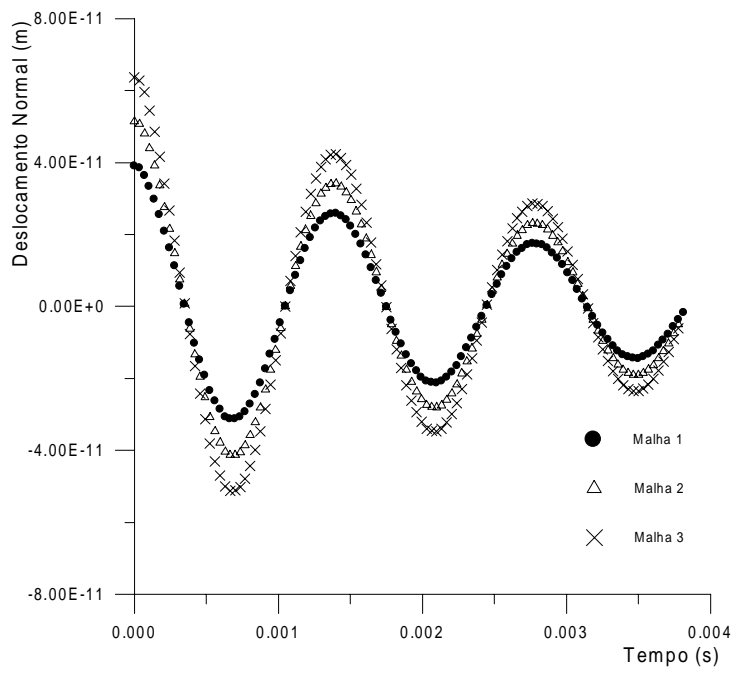


Figura 2 - Deslocamento Normal. $n = 1$, $z = 0,30$ m, $r = 0,06$ m

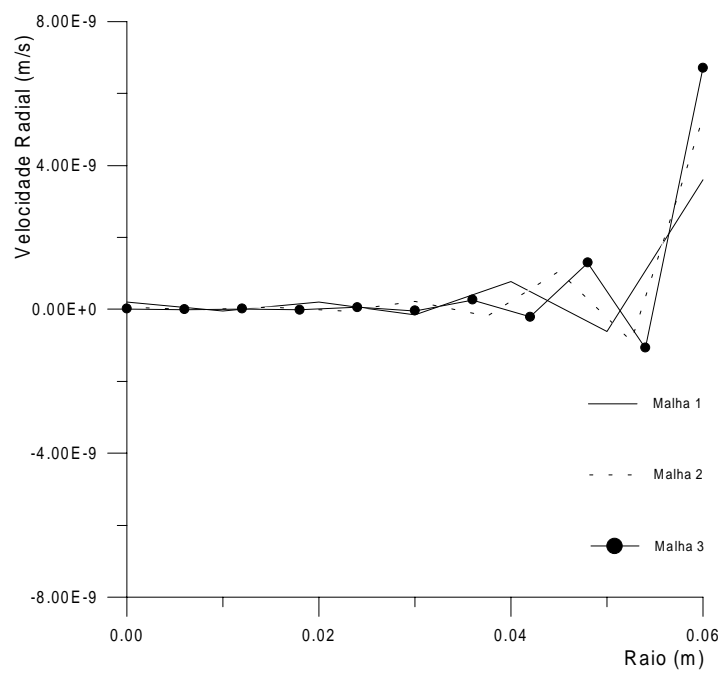


Figura 3 - Velocidade Radial. $n = 1$, $z = 0,30$ m. Instante $40 = 1,40 \times 10^{-3}$ s.

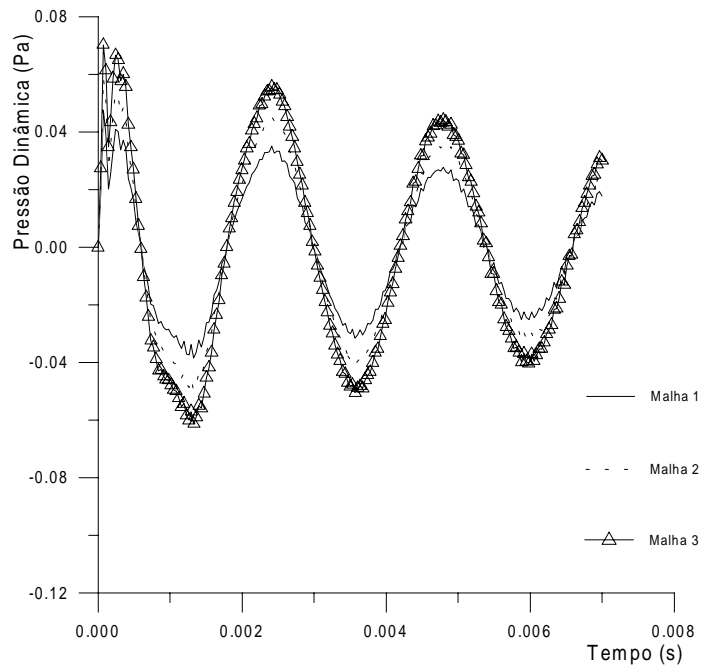


Figura 4 - Pressão Dinâmica. $n = 2$, $z = 0,18$ m, $r = 0,06$ m.

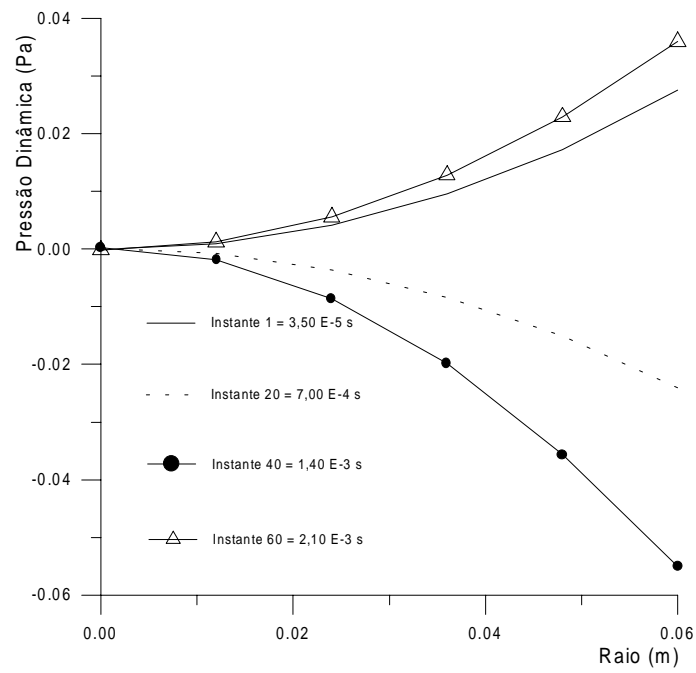


Figura 5 - Pressão Dinâmica. $n = 2$, $z = 0,18$ m.

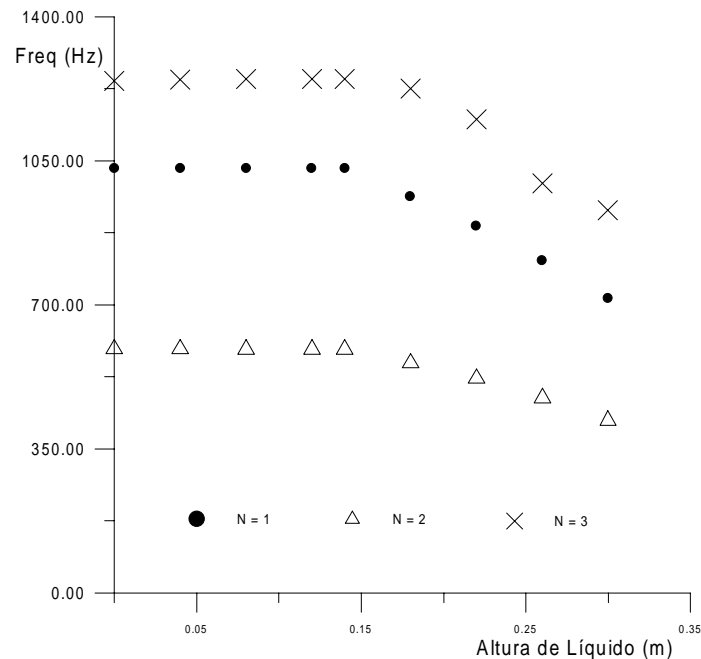


Figura 6 - Variação da frequência com o preenchimento do líquido para vários n's.

6 - CONCLUSÕES

O estudo temporal das componentes de deslocamento, velocidade e pressão dinâmica foi realizado para a verificação do comportamento dinâmico de um sistema casca-líquido. Observa-se um movimento harmônico ao longo do tempo quando o recipiente vazio é avaliado e um amortecimento na resposta causado pela presença do líquido na casca. O amortecimento na ausência do líquido não é observado .

De uma maneira geral os resultados obtidos apresentaram boa concordância qualitativa.

Verificou-se que a variação radial da pressão dinâmica apresentou valores nulos na posição do eixo de simetria e valores crescentes com a posição radial, atingindo máximos na interface casca-fluido.

Embora não tenha sido considerado neste trabalho as condições de contorno ao longo da linha de simetria da malha, as simulações realizadas confirmaram as hipóteses previstas em trabalhos anteriores (Menezes e Mistry, 1995), que eram de velocidades e pressões nulas ao longo do eixo de simetria. Essa condição foi mais evidenciada com a implementação de malhas mais refinadas.

Constatou-se também que alterações no volume de líquido influencia os valores da frequência natural de vibração do sistema casca-fluido. O aumento da massa do sistema, causado pela elevação do nível de altura do líquido contido no recipiente produz uma diminuição nas frequências, o que é teórica e qualitativamente previsível. Um aspecto a ser mencionado é que a redução da frequência só é significativa quando a casca é preenchida pelo líquido com níveis maiores que aproximadamente a metade da sua altura. Isto é também verificado por Gonçalves e Batista (1987). Esta observação é válida para quaisquer dos números de onda circunferencial testados.

Pode-se resumir a importância desse trabalho na vantagem da análise do comportamento dinâmico de sistemas fluido-estrutura no domínio do tempo. A influência da presença do fluido em contato com a estrutura pode ser melhor avaliada no que diz respeito às alterações nos valores das frequências naturais e bem como no amortecimento do sistema.

REFERÊNCIAS

- Agrassar, A. D., 1997, Estudo numérico do comportamento de cascas axisimétrica sujeitas à ação de fluido incompressível e viscoso, Tese de mestrado, ITA-CTA, São José dos Campos, SP, Brasil.
- Gonçalves, P. B. & Batista, R. C., 1987, Frequency response of cylindrical shells partially submerged or filled with liquid, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 113, n. 1, pp. 59-70.
- Menezes, J. C., 1990, Natural frequencies of thin cylindrical vessels filled with liquids, Ph. D. Thesis, University of Liverpool, Liverpool, England.
- Menezes, J. C. & Agrassar, A. D., 1995, Vibração de tubos de parede delgada conduzindo fluido viscoso em escoamento axial, Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 29/nov-01/dez, Curitiba, vol. 2, p. 944-953.
- Menezes, J. C. & Mistry, J., 1995, Vibration of cylinders partially-filled with liquids, *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 117, pp. 87-93.
- Ross, C. T. & Johns, T., 1983, Vibration of submerged hemi-ellipsoidal domes, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 91, n. 3, pp. 363-373.
- Taylor, C. & Hughes, T. G., 1981, *Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations*. Pineridge Press, Swansea, UK.

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF AXISYMMETRICAL SHELLS FILLED WITH INCOMPRESSIBLE AND VISCOUS FLUID IN TRANSIENT FLOW

Summary. *A fluid-structure coupling analysis of an axisymmetric vessel is accomplished through a numerical simulation. The fluid is incompressible and viscous and the structure is a cylindrical shell. The vibrational response of the system is obtained in the time domain.*

An initial excitation is applied to the shell wall and a transient damped vibration is observed for the cylinder partially or fully filled with liquid.

The response is obtained employing the finite element method for the shell and fluid governing differential equations. Results are considerably improved when a finite element mesh refinement is carried out.

The fluid pressure was considered null at the free upper surface and at the lower interface of the liquid. It has been confirmed by the numerical analysis that along the symmetry axis of the fluid all velocity components and pressure are zero, most particularly noted for the refined meshes.

Key words: Coupled Systems, Fluid-Structure Interaction, Vibrations.